

EINI LW/WiMa

**Einführung in die Informatik für
Naturwissenschaftler und
Ingenieure**

Vorlesung 2 SWS WS 15/16

Dr. Lars Hildebrand

Fakultät für Informatik – Technische Universität Dortmund

lars.hildebrand@tu-dortmund.de

<http://ls1-www.cs.tu-dortmund.de>

▶ Kapitel 5

Algorithmen und Datenstrukturen

- ▶ Konstruktion von Datentypen: Arrays
- ▶ Algorithmen: Sortieren

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

▶ Unterlagen

- ▶ Gumm/Sommer, Kapitel 2.7 & 2.8
- ▶ Echte/Goedicke, Einführung in die Programmierung mit Java, dpunkt Verlag, Kapitel 4
- ▶ Doberkat/Dißmann, Einführung in die objektorientierte Programmierung mit Java, Oldenbourg, Kapitel 3.4 & 4.1

In diesem Kapitel:

- **Prolog**
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Begriffe

- ▶ Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen
- ▶ Programmiersprachenkonzepte
- ▶ Grundlagen der imperativen Programmierung

- ▶ Algorithmen und Datenstrukturen
 - ▶ Felder
 - ▶ Sortieren
 - ▶ Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
 - ▶ Heapsort

- ▶ Objektorientierung
 - ▶ Einführung
 - ▶ Vererbung
 - ▶ Anwendung

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- **Prolog**
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

▶ Arrays

- ▶ Datenstruktur zur Abbildung gleichartiger Daten
- ▶ Deklaration
- ▶ Dimensionierung und Zuordnung von Speicher zur Laufzeit
- ▶ Zuweisung: ganzes Array, Werte einzelner Elemente

▶ Algorithmen auf Arrays: Beispiel Sortieren

- ▶ **naives Verfahren**: Minimum bestimmen, entfernen, Restmenge sortieren
- ▶ **Heapsort**: ähnlich, nur mit Binärbaum über Indexstruktur
- ▶ **Quicksort**: divide & conquer, zerlegen in 2 Teilmengen anhand eines Pivotelementes

Arrays

Motivation:

Schleifen erlauben die Verarbeitung mehrerer Daten auf einen „Schlag“

- ▶ Eine Entsprechung auf der Variablenseite ist die Zusammenfassung mehrerer Variablen gleichen Typs: **Arrays** oder **Felder**
- ▶ Beispiele:
 - ▶ Zeichenketten/Strings, Arrays aus Character/Zeichen
 - ▶ Vektoren, Matrizen: Arrays aus Integer/Float Variablen
 - ▶ Abbildung eines Lagerbestandes durch Angabe der Menge für einen Artikel und einen Lagerort
 - Bei n unterschiedlichen Artikeln und m Orten:
 - Bestand [1] [5] der Bestand des Artikels 1 am Ort 5
 - In Java: Bestand [i] [j] Artikel mit Nummer i und Ort j

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays

▶ Fragen:

- ▶ Wie werden Arrays deklariert?
- ▶ Wie werden Daten in Arrays abgelegt, verändert, ausgegeben?
- ▶ Wie wird die Größe eines Arrays festgelegt?
- ▶ Warum müssen wir die Größe überhaupt festlegen?

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays sind Variablen

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ ... müssen daher auch deklariert werden, bevor sie benutzt werden
- ▶ ... die viele Variablen enthalten, die vom gleichen Typ sind
- ▶ ... die Anzahl der Dimensionen entspricht der Anzahl der Indexausdrücke

▶ Deklarationen:

```
int[] x;           // ein-dimensional int  
double[][] y;     // zwei-dimensional double
```

- ▶ Sei legen allerdings anders als bei `int z`; noch keinen Speicherplatz fest

Arrays

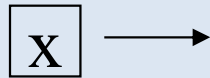
Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, Dimensionierung notwendig!

Eini LogWing /
WiMa

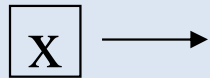
Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

```
int[] x;
```

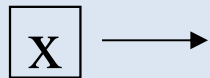


```
x = new int [15];
```



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

```
int[] x = {1,2,4,3};
```



0	1	2	3
1	2	4	3

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays

Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, Dimensionierung notwendig!

- ▶ Dimensionierung mittels **new** (Schlüsselwort)
- ▶ **[anzahl]** gibt die Anzahl der Elemente an
- ▶ ist kein Inhalt angegeben wird jedes Element mit 0 initialisiert
- ▶ Beachte: Indizes **immer** 0 .. Anzahl -1

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Zuweisungen

- ▶ Bei der Deklaration einer Array-Variablen werden die Standardwerte zugewiesen

- ▶ z.B.: `int` alles 0 ...

- ▶ Andere Variante:

- ▶ Belegung mit direkt angegebenen Konstanten

```
int [] m =  
{31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31};
```

- ▶ Größe und Belegung sind direkt festgelegt
→ keine Erzeugung mittels **new** notwendig

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Zuweisung an Array-Variable

Array-Größe ist fest nach Ausführung des new-Operators

- ▶ Veränderung der Größe nur durch Programm möglich

```
int [] a,b;  
a = new int [10];  
.... // Zuweisung an die Elemente 0 ..9
```

```
b = new int [20];  
  
for (int i=0; i < 10; i++) b[i] = a[i];  
  
a = b; // nun verweisen a und b auf das  
// gleiche Array!
```

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Zuweisung an Array-Variablen - Beispiel 1

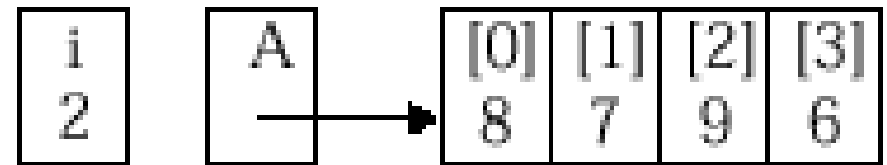
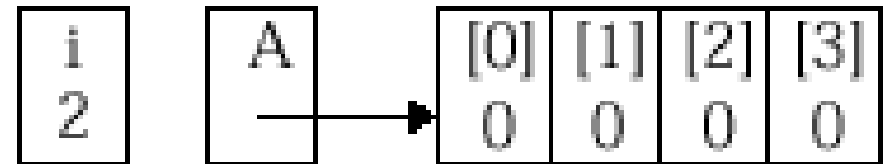
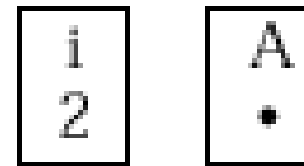
```
int i = 2;
```

```
int [] A;
```

```
A = new int [4];
```

```
A [0] = 8;    A [1] = 7;
```

```
A [i] = 9;    A [3] = 6;
```



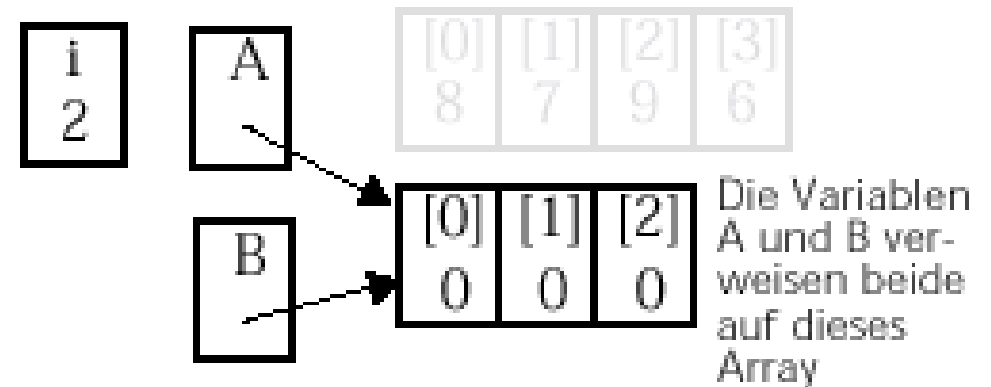
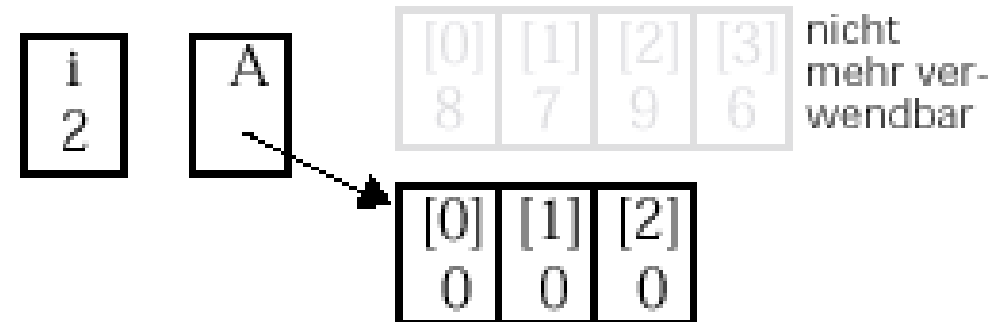
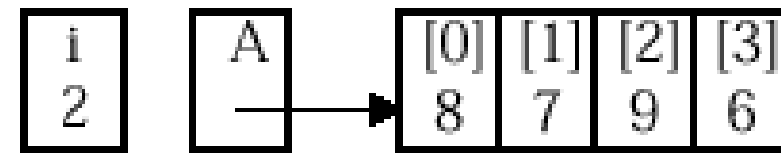
Zuweisung an Array-Variablen - Beispiel 2

```
...  
A [0] = 8;   A [1] = 7;  
A [i] = 9;   A [3] = 6;
```

```
A = new int [3];
```

```
int [] B;
```

```
B = A;
```



Zuweisung an Array-Variablen - Beispiel 3

....

```
B = A;
```

```
A [0] = 6;
```

```
B [1] = 7;
```

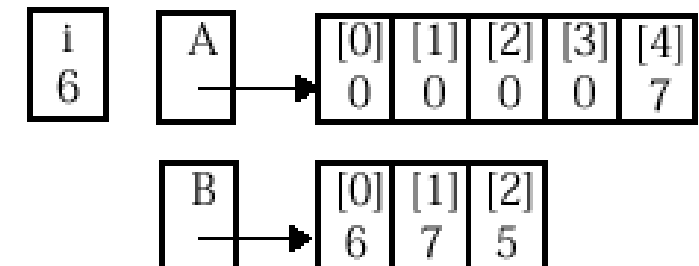
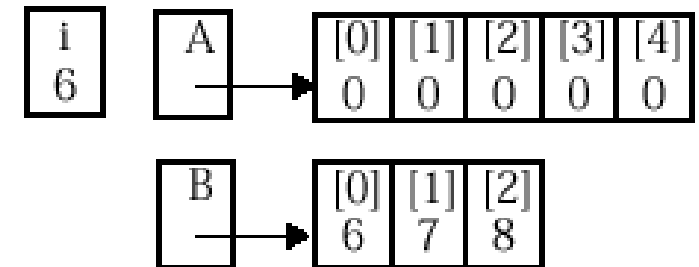
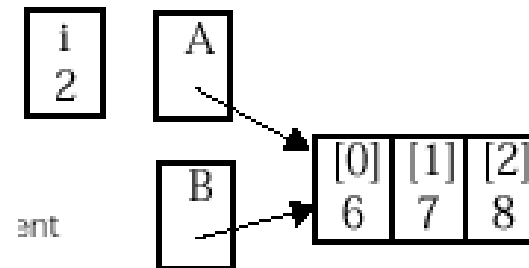
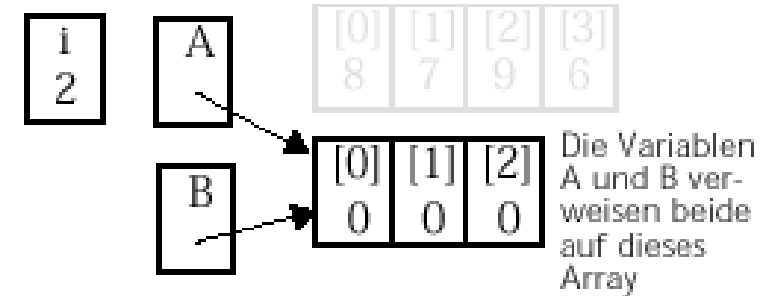
```
B [2] = B [0] + 2;
```

```
i = B [0];
```

```
A = new int [5];
```

```
A [i - 2] = B [1];
```

```
B [i - 4] = A.length;
```



Dynamische Größe von Arrays

Falls Größe eines Arrays zum Zeitpunkt der Erstellung nicht bekannt ist:

- ▶ die Größe könnte z.B. auch eingelesen werden
- ▶ In Java kann durch `x.length` die Anzahl der Elemente dynamisch bestimmt werden:

```
int anzahl = scanner.nextInt();
int anfangswert = 0;

int[] vektor = new int[anzahl];

for (int i = 0; i < vektor.length; i++) {
    vektor[i] = anfangswert ;
}
```

Beachte: Index läuft 0.. vektor.length -1

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Berücksichtigung von Typen

strenges Typsystem

- ▶ Für einzelne Elemente eines Arrays, die selbst keine Arrays sind, ist dies klar:

```
int[] a = new int[3];  
a[1] = 3;
```

- ▶ Für Arrays gilt bei Zuweisungen:
 - ▶ Typ der Grundelemente und die Anzahl der Dimensionen muss übereinstimmen

```
int[] a;  
...  
a = b; // klappt nur, wenn b ebenfalls  
       // 1-dimensionales int Array ist
```

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

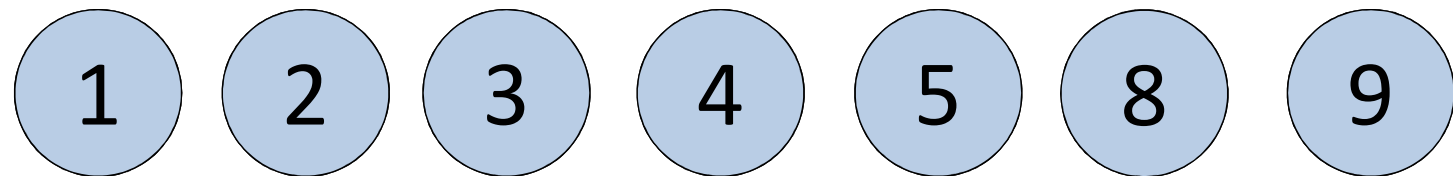
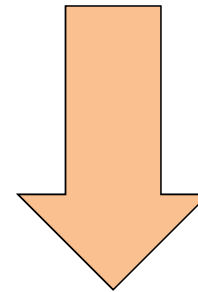
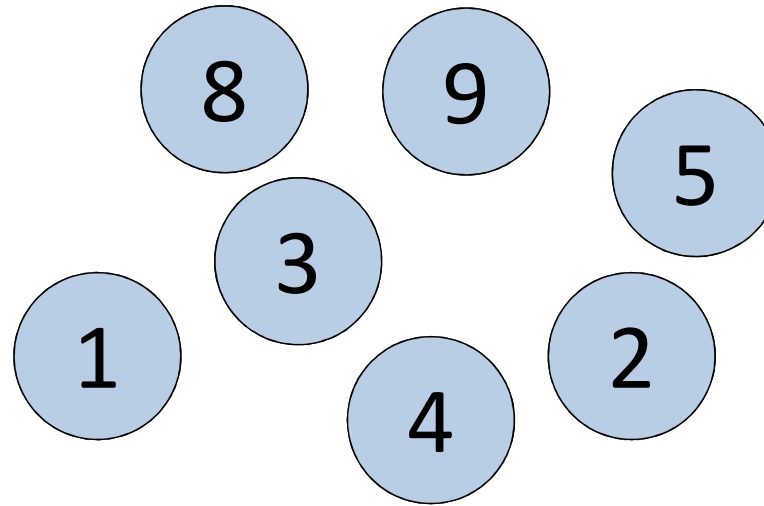
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
 - Zuweisung
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays: Internes Sortieren

- ▶ Sortieren ist ein Standardproblem in der Informatik



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays: Internes Sortieren

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

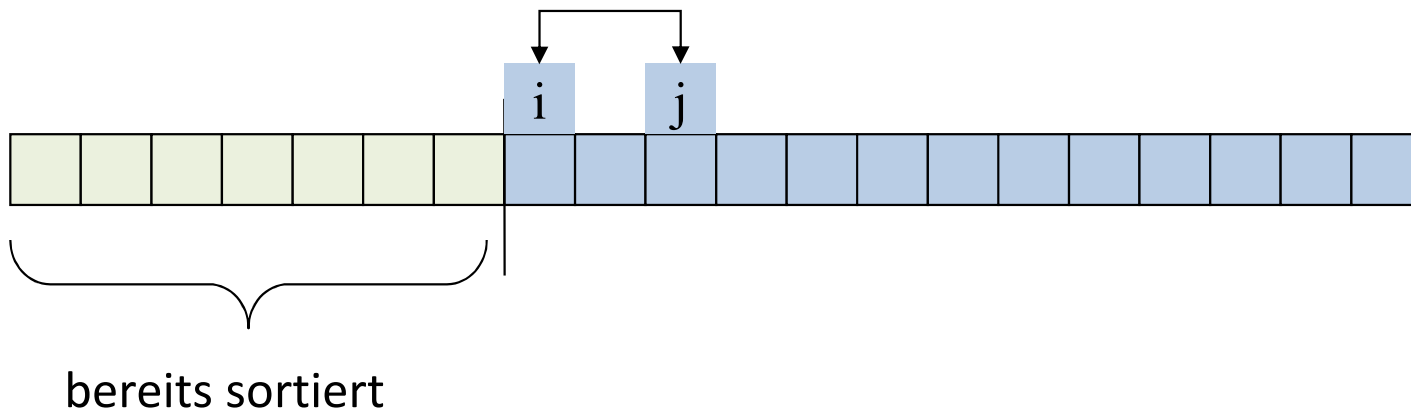
- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Internes Sortieren bringt die Elemente einer Folge in die richtige Ordnung
- ▶ Viele Alternativen bzgl. Sortieren sind entwickelt worden
- ▶ Das einfache interne Sortieren (wie hier vorgestellt) hat **geringen** Speicherplatzbedarf aber **hohe** Laufzeit
- ▶ Verfahren:
 - ▶ Vertausche Elemente der Folge solange, bis sie in der richtigen Reihenfolge sind
- ▶ Hier wird als Speicherungsstruktur ein Array benutzt

Nun die eigentliche Sortierung

Die Idee:

- ▶ Ausgangspunkt: Element an der Stelle i hat den richtigen Platz
 - ▶ alles vor der Stelle i ist bereits sortiert
- ▶ dann sollte eigentlich für alle Elemente an den Stellen ab i gelten, das die Elemente größer sind
- ▶ Wenn diese Bedingung nicht gilt: vertausche die Elemente an den Stellen i und der Fehlerstelle j



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

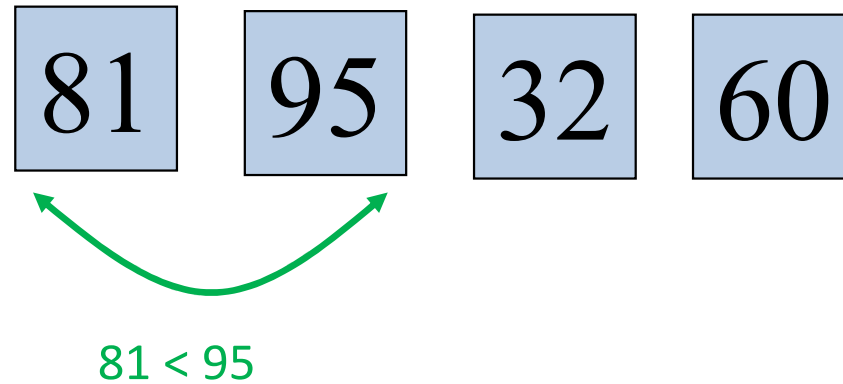
In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel

▶ Ausgangspunkt



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

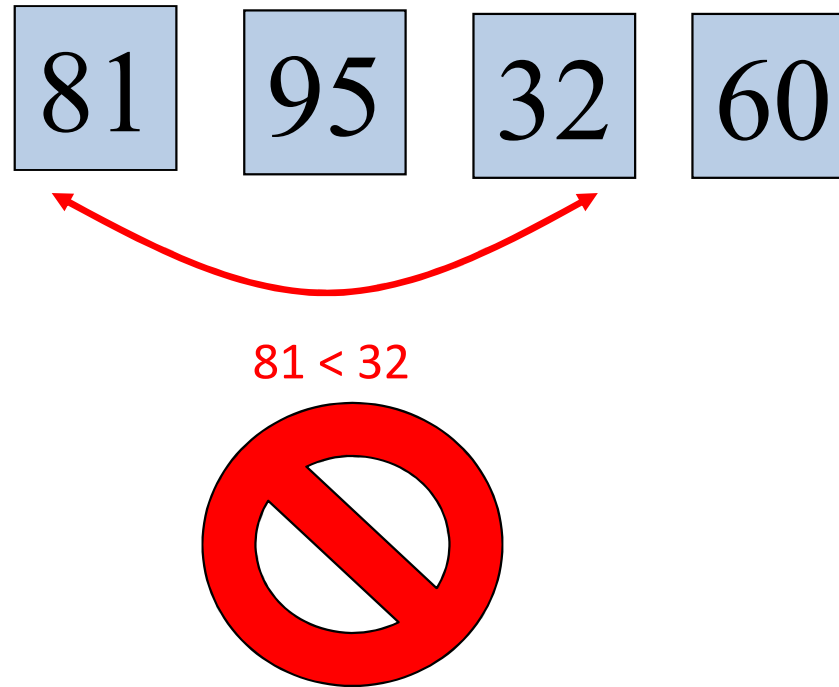
In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

bereits sortiert

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

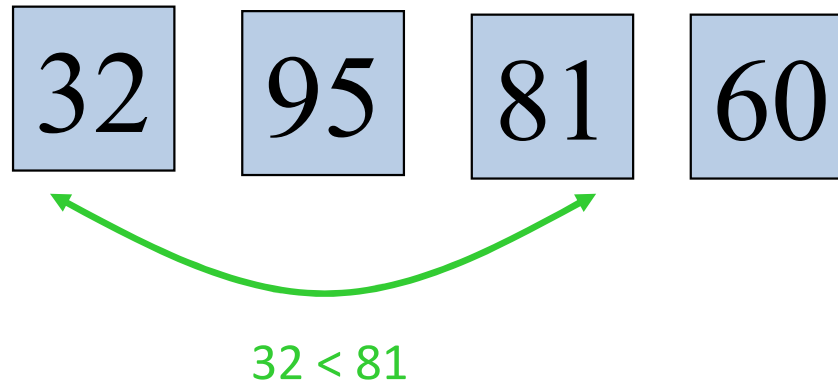
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

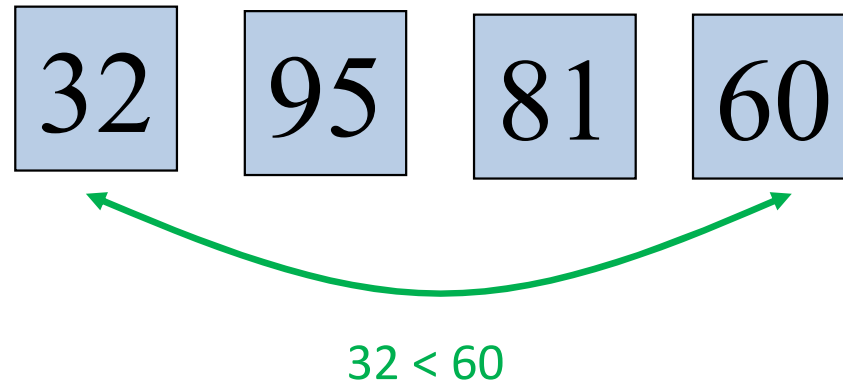
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

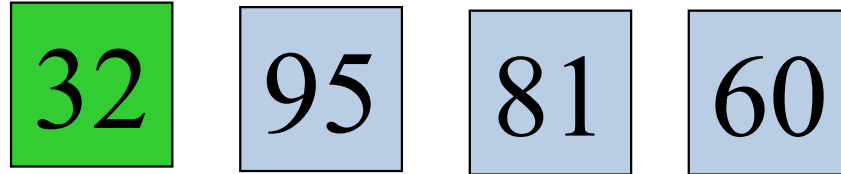
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

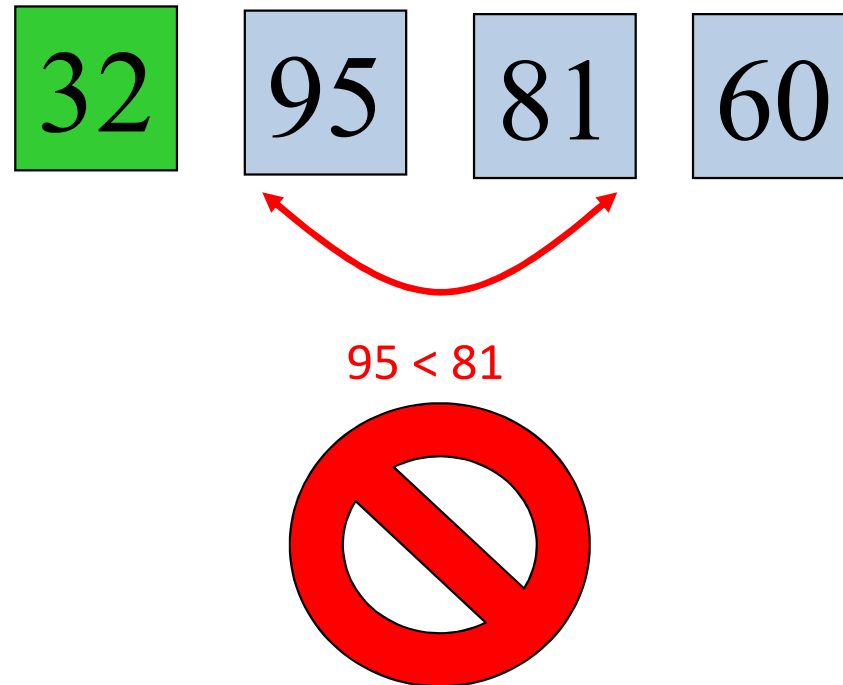
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

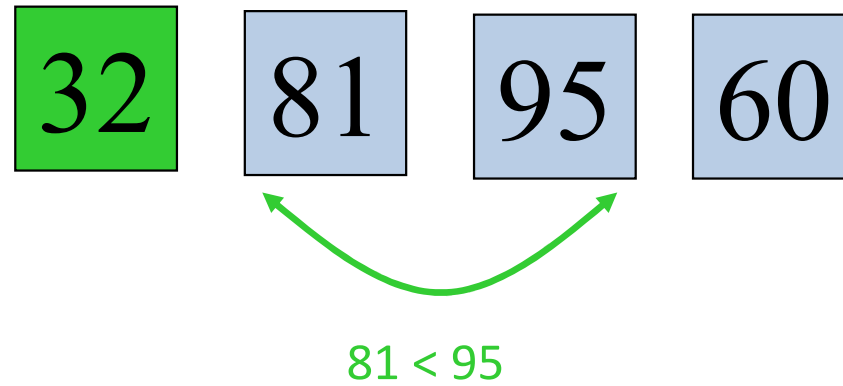
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

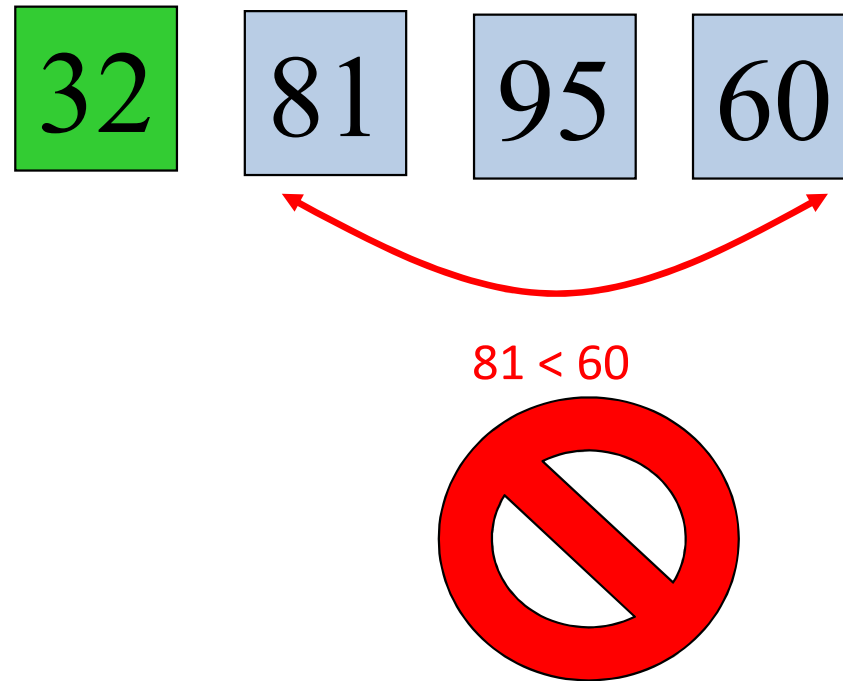
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

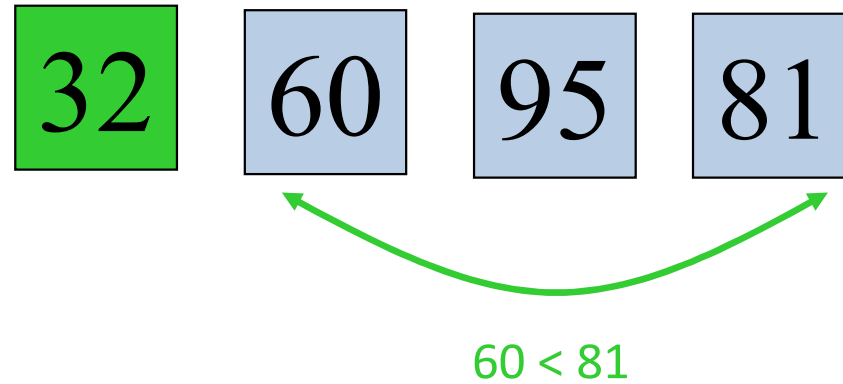
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

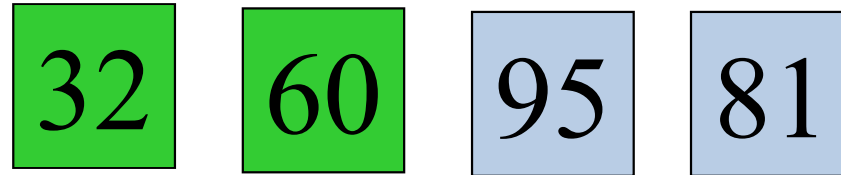
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

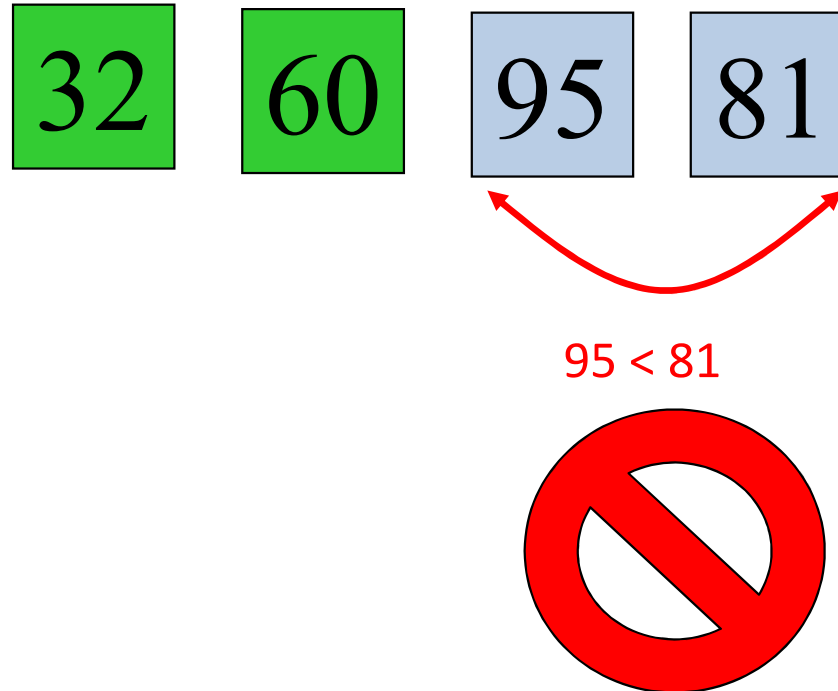
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

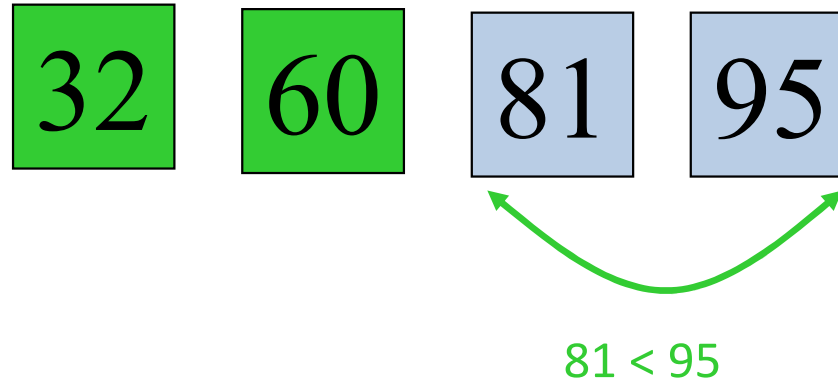
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

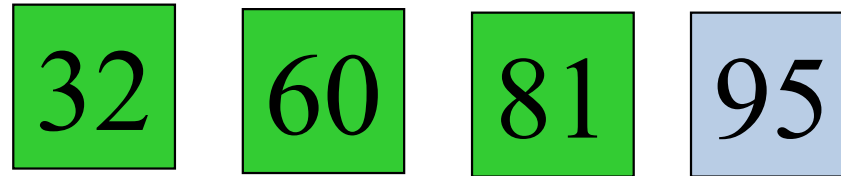
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel

32 60 81 95

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Zunächst das Einlesen der Werte

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

```
int n = scanner.nextInt();  
int[] a = new int[n];  
  
// Lies Elemente ein  
  
for (int i = 0; i < n; i++) {  
    a[i] = scanner.nextInt();  
  
}
```

Nun die eigentliche Sortierung ...

Diese Schritte müssen für alle Elemente im Array erledigt werden

```
for (int i = 0; i < n - 1; i++) {  
  
    // Prüfe, ob a[i] Nachfolger hat,  
    // die kleiner als a[i] sind:  
    for (int j = i + 1; j < n; j++) {  
  
        if (a [i] > a [j]) { // Ist ein Nachfolger kleiner?  
  
            // Vertausche a[i] mit a[j]:  
            // Ringtausch mit Hilfsvariable z  
            int z = a [i];  
            a [i] = a [j];  
            a [j] = z;  
  
        }  
  
    }  
  
}
```

Zum Schluss wird alles noch ausgegeben

```
// Gib sortierte Elemente aus

System.out.println ("Sortierte Elemente:");
for (int i = 0; i < n; i++) {
    System.out.print (a [i] + ", ");
}
```

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Der Ablauf noch einmal tabellarisch

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

i	j	a[0]	a[1]	a[2]	a[3]
0	1	81	95	32	60
0	2	81	95	32	60
		32	95	81	60
0	3	32	95	81	60
1	2	32	95	81	60
		32	81	95	60
1	3	32	81	95	60
		32	60	95	81
2	3	32	60	95	81
		32	60	81	95

Gesamtes Programm

```
01 import java.util.Scanner;
02
03 public class A533 {
04     public static void main(String[] args) {
05         Scanner scanner = new Scanner(System.in);
06
07         int n = scanner.nextInt();
08         int[] a = new int[n];
09
10         for (int i = 0; i < n; i++) {
11             a[i] = scanner.nextInt();
12         }
13
14         for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
15             for (int j = i + 1; j < n; j++) {
16                 if (a[i] > a[j]) {
17                     int z = a[i];
18                     a[i] = a[j];
19                     a[j] = z;
20                 }
21             }
22         }
23
24         System.out.println ("Sortierte Elemente:");
25         for (int i = 0; i < n; i++) {
26             System.out.print (a[i] + ", ");
27         }
28     }
29 }
30 }
```

Alternativen?

- ▶ Könnte man die Algorithmus Idee auch anders formulieren?
 - ▶ finde Minimum x der aktuellen Menge
 - ▶ positioniere x an den Anfang
 - ▶ sortiere Restmenge nach Entfernen von x
- ▶ Rekursive Formulierung ?
- ▶ Weitere Fragen:
 - ▶ Terminierung
 - ▶ Korrektheit
 - ▶ Aufwand, Effizienz



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Bemerkungen zum Aufwand

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Der Aufwand wird nach Anzahl der Ausführungen von Elementaroperationen betrachtet
- ▶ Im wesentlichen sind das beim Sortieren Vergleiche und Zuweisungen
- ▶ Meist begnügt man sich mit einer vergrößernden Abschätzung
 - ▶ sogenannte O-Notation
- ▶ Diese Abschätzung wird in der Regel von der Größe des Problems bestimmt: hier die Anzahl der zu sortierenden Elemente

Bemerkungen zum Aufwand

- ▶ Obiges Sortierverfahren:
 - ▶ **zwei** geschachtelte FOR-Schleifen,
 - ▶ die beide über das gesamte (Rest)Array der Größe n laufen
 - ▶ Daher ist der Aufwand in der Größenordnung von n^2



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Bemerkungen zum Aufwand

- ▶ Es stellt sich die folgende Frage:
 - ▶ Ist es möglich schnellere Algorithmen zu entwerfen, indem man die **Ermittlung des Maximums** beschleunigt?
- ▶ Antwort
 - ▶ **nein!**
 - ▶ Jeder Algorithmus, der mit Vergleichen zwischen Werten arbeitet, benötigt mindestens $n - 1$ Vergleiche um das Maximum von n Werten zu finden.
- ▶ Beschleunigung also nicht im Auffinden des Maximums möglich ...

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Sortieren: Standardproblem der Informatik

- ▶ Einfach zu verstehende Aufgabenstellung
- ▶ Tritt regelmäßig auf
- ▶ Grundproblem: [internes Sortieren](#)
 - ▶ Zu sortierende Menge liegt unsortiert im Speicher vor, abhängig von der Datenstruktur zur Mengendarstellung kann (im Prinzip) auf jedes Element zugegriffen werden
 - ▶ Es existieren viele Algorithmen, die nach Algorithmusidee, nach Speicherplatz und Laufzeit (Berechnungsaufwand) unterschieden werden
 - ▶ Wir brauchen noch ein formales Gerüst, um Speicherplatz und Berechnungsaufwand zu charakterisieren !

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Sortieren: Standardproblem der Informatik

- ▶ Varianten:
 - ▶ **Externes Sortieren**: Daten liegen auf externem Speichermedium mit (sequentiell)em Zugriff
 - ▶ **Einfügen** in sortierte Menge
 - ▶ **Verschmelzen** von sortierten Mengen
 - ▶ ...

- ▶ Im Folgenden: Effiziente Alternative zum letzten (naiven) Algorithmus: **Heapsort**

- ▶ Verwendung rekursiver Datenstrukturen für rekursive Algorithmen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive Datenstrukturen

Rekursive Datenstrukturen

Rekursion ist nicht nur ein wichtiges Hilfsmittel für die Formulierung von Algorithmen, sondern auch für die Formulierung von **Datenstrukturen**.

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

▶ Beispiele

- ▶ Eine **Liste** ist ein Einzelelement, gefolgt von einer Liste, oder die leere Liste.
- ▶ Eine **Menge** ist leer oder eine 1-elementige Menge vereinigt mit einer Menge.
- ▶ Oder **Bäume** (dazu im folgenden mehr).

Idee vom Baum

Künstlerisch

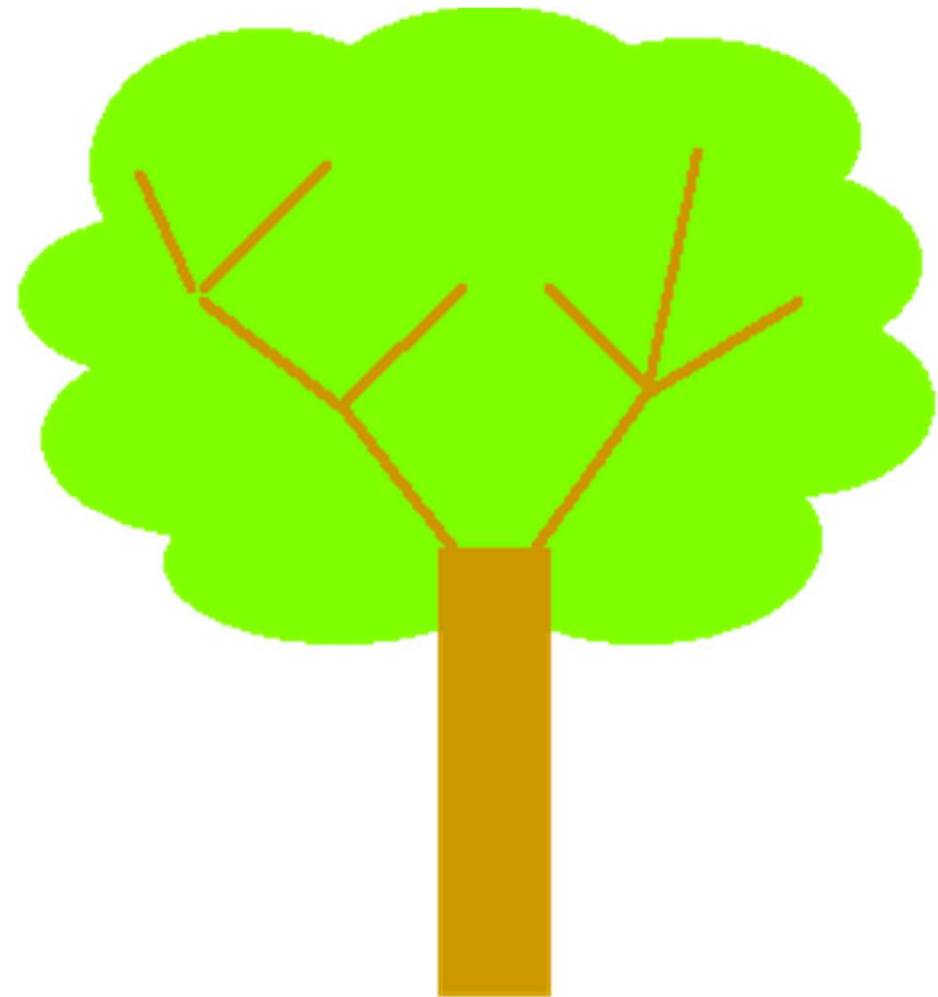
Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**



Idee vom Baum

Abstrahiert 1

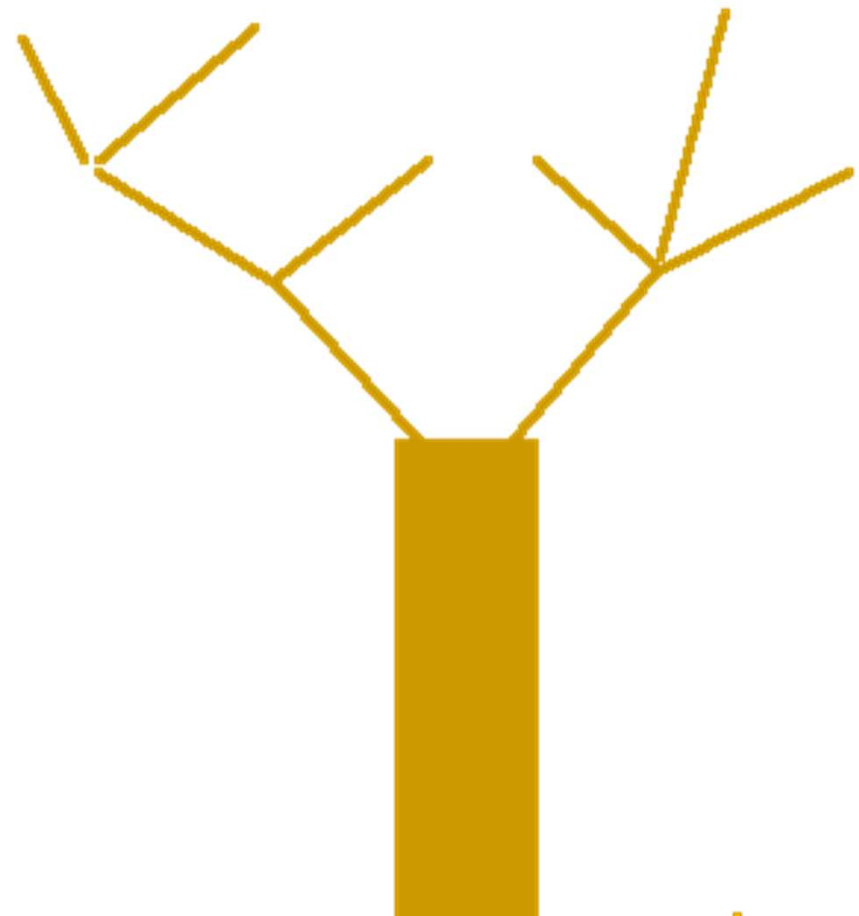
Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**



Idee vom Baum

Abstrahiert 2

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**



Idee vom Baum

Die Informatiksicht

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**



Binärer Baum

Definition: Binärer Baum

1. Der "leere" Baum \emptyset ist ein binärer Baum mit der Knotenmenge \emptyset .

2. Seien B_i binäre Bäume mit den Knotenmengen K_i , $i = 1, 2$. Dann ist auch $B = (w, B_1, B_2)$ ein binärer Baum mit der Knotenmenge

$$K = \{w\} \cup^* K_1 \cup^* K_2.$$

(\cup^* bezeichnet disjunkte Vereinigung.)

3. Jeder binäre Baum B lässt sich durch endlich häufige Anwendung von 1.) oder 2.) erhalten.

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

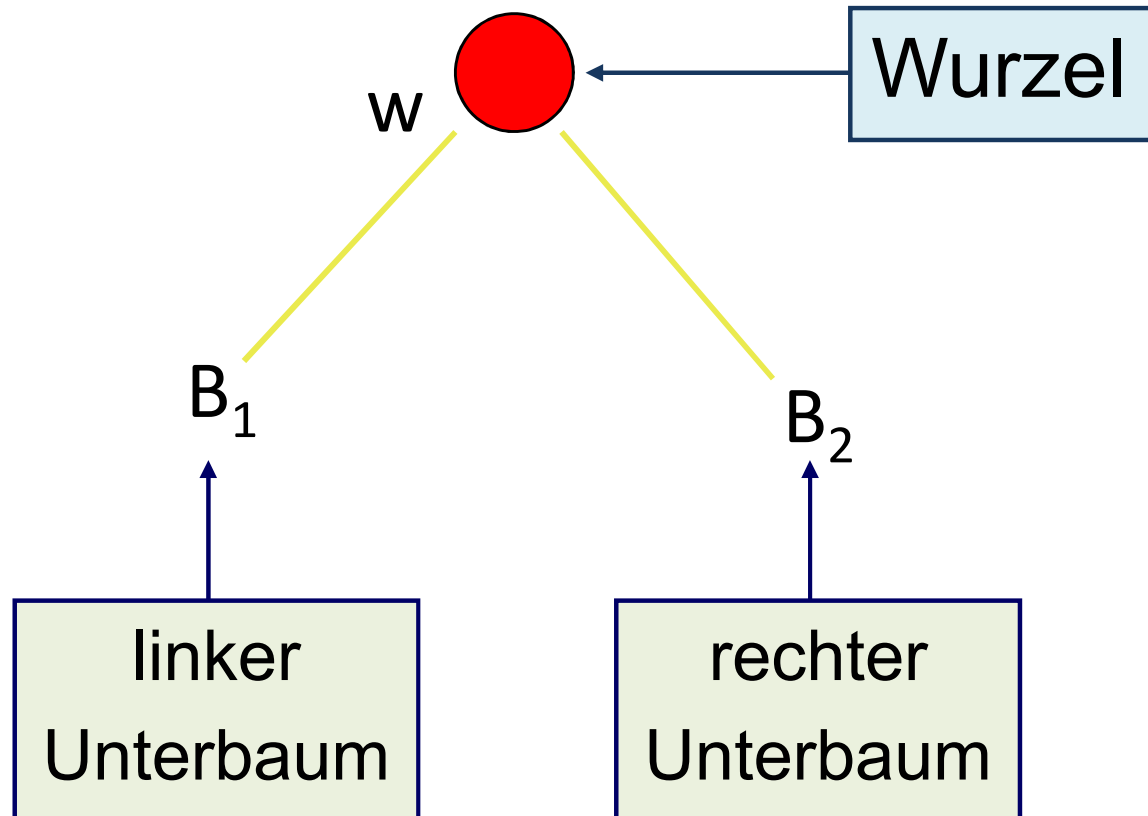
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**

Binärer Baum

Sprech-/Darstellungsweisen (im Falle 2.):

Sei $B = (w, B_1, B_2)$ binärer Baum

w heißt **Wurzel**, B_1 linker und B_2 rechter **Unterbaum**.



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**

Terminologie *Binäre Bäume*

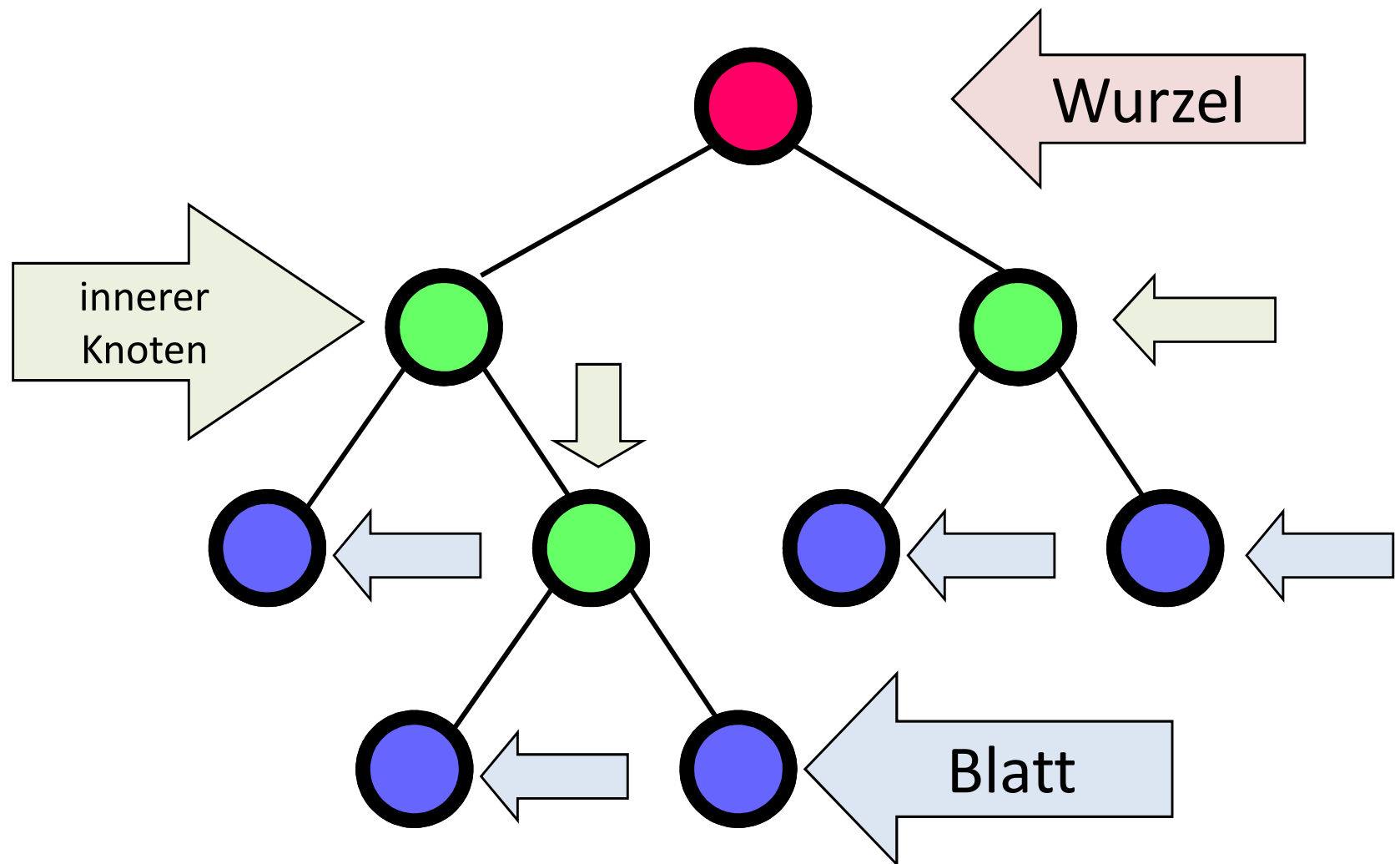
Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**



Knotenmarkierter binärer Baum

► **Definition:** Sei M eine Menge.

(B, km) ist ein **knotenmarkierter binärer Baum**
(mit Markierungen aus M)

$:\Leftrightarrow$

1. B ist binärer Baum (mit Knotenmenge $K = K(B)$)

2. $km: K \rightarrow M$ Abbildung.

(Markierung/Beschriftung der Knoten $k \in K$ mit Elementen $m \in M$)

Jedem Knoten wird ein Element aus der Menge M zugeordnet.

Alternative: Markierung von Kanten.

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

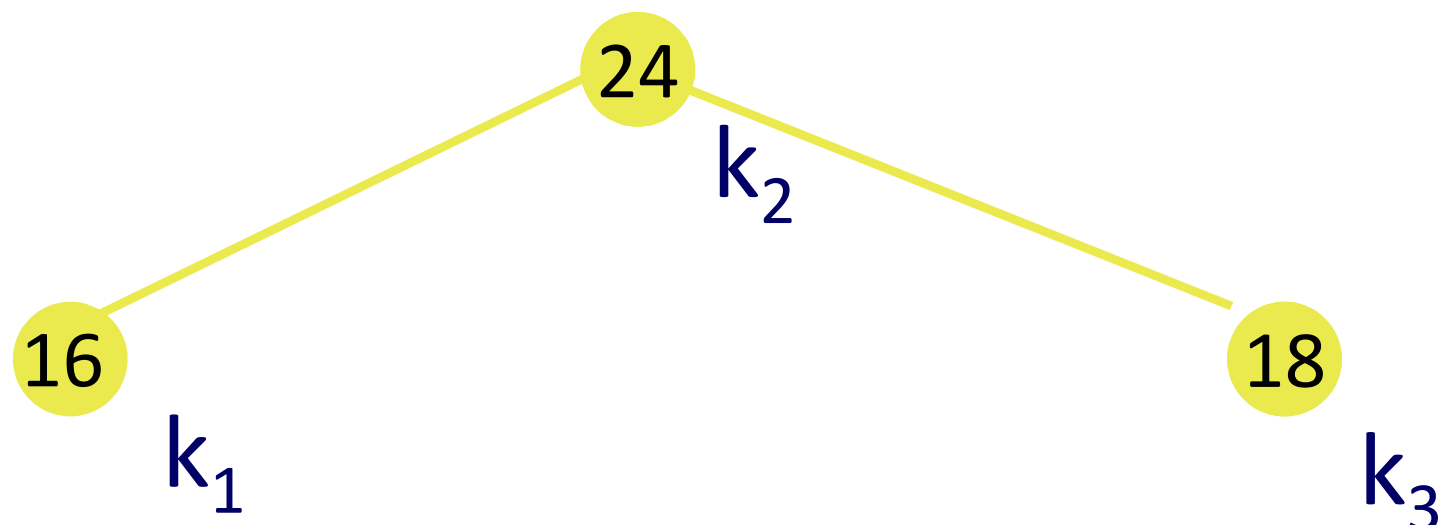
In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**

Knotenmarkierter binärer Baum

Beispiel

- ▶ $M := \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z} :=$ Menge der ganzen Zahlen
- ▶ Damit existiert auf M eine Ordnung!
- ▶ "Übliche" Darstellung der Knotenbeschriftung k_m durch "Anschreiben" der Beschriftung an/in die Knoten.



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**

Definition Heap

- ▶ Ein **Heap** (Haufen) ist ein knotenmarkierter binärer Baum, für den gilt:
 - ▶ Die Markierungsmenge ist geordnet.
 - ▶ Der binäre Baum ist links-vollständig.
 - ▶ Die Knotenmarkierung der Wurzel ist kleiner oder gleich der Markierung des linken resp. rechten Sohnes (, sofern vorhanden).
 - ▶ Die Unterbäume der Wurzel sind Heaps.

- ▶ An der Wurzel steht das kleinste (eines der kleinsten) Element(e).

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

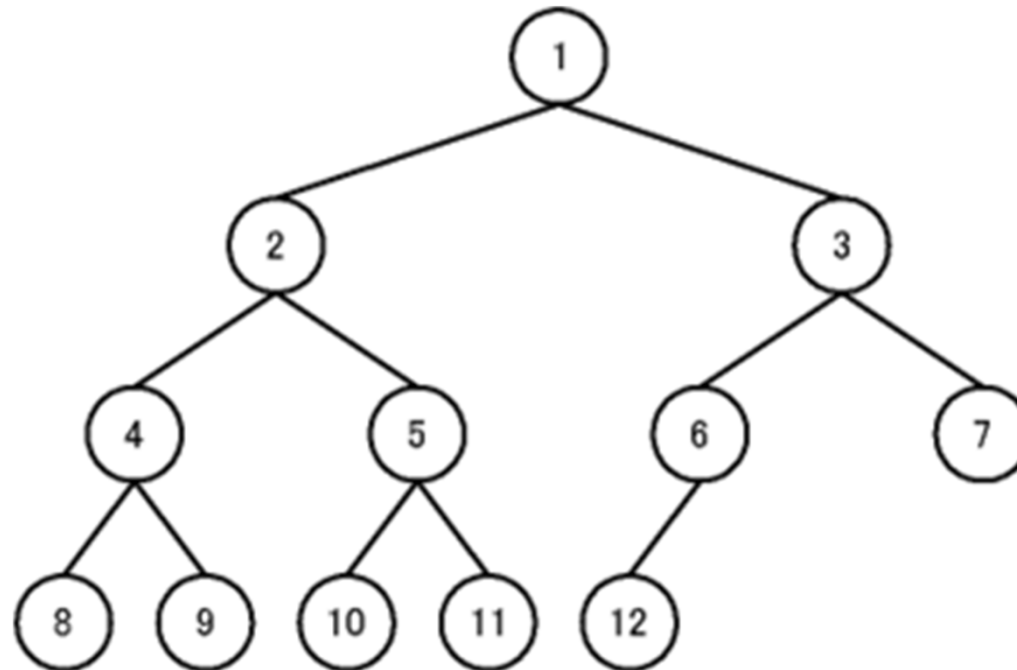
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**

Beispiel: Heap

- ▶ Binärbaum
- ▶ Alle Ebene, bis auf letzte vollständig gefüllt
- ▶ Links-vollständig gefüllt
- ▶ Knotenmarkierung der Wurzel kleiner als die der Kinder



Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive
Datenstrukturen**

Begriffe

- ▶ Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen, Grammatik
- ▶ Programmiersprachenkonzepte
- ▶ Grundlagen der Programmierung

Eini LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

- ▶ Algorithmen und Datenstrukturen
 - ▶ Felder
 - ▶ Sortieren
 - ▶ Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
 - ▶ Heapsort

Objektorientierung

- ▶ Einführung
- ▶ Vererbung
- ▶ Anwendung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Nächste Termine

- ▶ Nächste Vorlesung – WiMa 17.12.2015, 08:15
- ▶ Nächste Vorlesung – LogWIng 18.12.2015, 08:15